

37-42

TU 318

建筑结构中协调扭矩的计算

刘廉纯*

(大连水产学院土木工程系)

摘 要 笔者将建筑结构中的协调扭转归纳为三种基本模型,对每一种基本模型推导出其在广义竖向荷载作用下的协调扭矩的通用计算公式,并给出在常用荷载作用下的具体计算结果,分析了各种因素对协调扭矩数值的影响。

关键词 扭转;协调扭矩;结构计算 扭矩计算 建筑结构

中图分类号 TU318.1

建筑结构中的受扭构件很普遍,如雨蓬梁和吊车梁,框架结构中的边梁,主次梁相交时的主梁,都是常见的受扭构件。扭转可分成两类:一类是扭矩仅由平衡条件所决定,构件的抵抗扭矩是为了平衡外加扭矩,雨蓬梁、吊车梁等即属此类;另一类扭转是由变形引起,并由结构的变形连续条件所决定,称为协调扭转,如框架边梁、主次梁相交时的主梁。对平衡扭转,人们认识比较充分,在外荷载确定后,其扭矩由静力平衡条件即可求出,困难不大,本文不予讨论;而对建筑结构中的协调扭转,由于其扭矩的计算需利用变形协调条件,无现成公式和手册可查,设计中也常常忽视,致使造成结构安全度降低,甚至造成事故。沈阳北新客站高架候车厅框架梁出现裂缝^[1],据分析,其原因之一就是纵向框架梁两侧次梁跨度相差过大,从而使框架梁中产生了较大的扭矩。因此,重视和正确计算建筑结构中的协调扭矩是十分重要的。

1 计算简图与计算假定

建筑结构中可能出现的各种情况的协调扭转见图1。

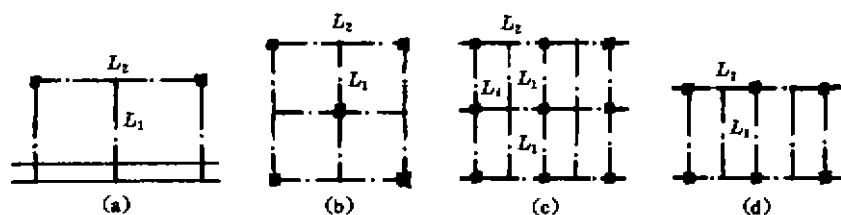


图1 建筑结构中的协调扭转

收稿日期:1998-04-07

* 刘廉纯,1944年生,男,副教授,大连116023

对上述各种情况进行分析后,将其归纳成以下三种基本模型,计算简图分别为图2中的(a)、(b)、(c)。

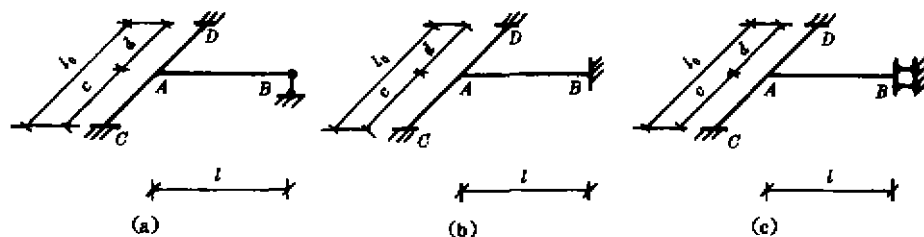


图2 计算简图

图1(a)表示,梁 L_1 一端与梁 L_2 相交,另一端搁置在墙体上。由于墙体对梁端的嵌固作用较弱,可视为简支,所以,图1(a)中的计算简图如图2(a);而图1(b)表示梁 L_1 的另一端与柱及其他梁端整浇在一起,可视为固定端;图1(c)表示梁 L_1 与 L_2 、 L_4 相交,并与 L_3 相连。当 L_1 与 L_3 跨度及所受荷载相差不大时,可认为 L_1 与 L_3 相连接处无转角,也视为固端,这两种情况都属于一种模型,其计算简图如图2(b);对图1(d),梁 L_1 两端都与梁相交,当两侧边梁抗扭刚度相同时,利用对称性,可取 L_1 的一半,而成为图2(c)的模型。综上所述,建筑结构中常见的协调扭转都属于上述三种模型中的一种。

对上述三种情况均做如下假定:构件为线弹性体,梁AB和CD成直角相交,所受荷载为竖向荷载。

2 协调扭矩的计算

2.1 计算公式的导出

对图2(a)中的情形,将梁AB与梁CD在A处的刚性联结变为铰结,并加上一对内力矩 T (T 的正方向如图中所示),如图3(a)所示。显然此力矩 T 即为梁CD所受的扭矩,分别取CD和AB为研究对象。

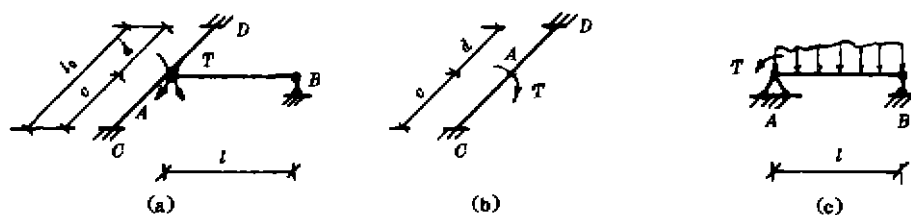


图3 协调扭矩

(1) 在图3(b)中, $CD = l_0$, $CA = c$, $DA = d$, $c + d = l_0$, $\frac{c}{l_0} = m$, $\frac{d}{l_0} = n$, CD的抗扭刚度为 GJ 。CD梁在A处受扭矩 T 作用,设CD梁A截面的扭转角为 φ ,则不难求得AC段和AD段梁所受的扭矩分别为

$$T_1 = \frac{GJ}{c} \varphi \quad T_2 = \frac{GJ}{d} \varphi \quad (1)$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{GJ}{c} \varphi + \frac{GJ}{d} \varphi = \frac{(c+d)}{cd} GJ \varphi \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{cd}{(c+d)GJ} T = \frac{mnl_0}{GJ} T \quad (3)$$

式(3)代入式(1),得

$$T_1 = nT \quad T_2 = mT \quad (4)$$

(2) 在图3(c)中,设梁AB在A处的转角为 θ (以顺时针为正), θ 由两部分迭加而成,一部分为AB梁上原荷载产生的转角 θ_p ,另一部分为扭矩T产生的转角 θ_r 。即

$$\theta = \theta_p + \theta_r \quad (5)$$

假定AB梁所受荷载为广义竖向荷载,可以是荷载,也可以是支座位移或其它因素,AB梁在广义竖向荷载作用下的A端转角 θ_p 可用结构力学的各种方法求得^[2]。

扭矩T引起的A端转角 θ_r 在本情况下为 $\theta_r = -\frac{Tl}{3EI}$,因此

$$\theta = \theta_p - \frac{Tl}{3EI} \quad (6)$$

式中EI为AB梁的抗弯刚度。

由于AB与CD成直角相交,根据变形协调条件,AB梁在A处的转角 θ 与CD梁在A处的扭角必相等,即 $\theta = \varphi$ 。所以将式(6)代入式(3)得到

$$\frac{mnl_0 T}{GJ} = \theta_p - \frac{Tl}{3EI}$$

解得

$$T = \frac{3EI}{\frac{3EI}{GJ} mnl_0 + l} \theta_p \quad (7)$$

令 $\frac{EI}{GJ} = \lambda$,有

$$T = \frac{3EI}{3\lambda mnl_0 + l} \theta_p \quad (8)$$

当AB梁上受均布荷载q时, $\theta_p = ql^3/(24EI)$,代入式(8),得到

$$T = \frac{ql^3}{8(3\lambda mnl_0 + l)} \quad (9)$$

对于图2(b)所示的情况,此时 $\theta_r = -\frac{Tl}{4EI}$,仿上可推得

$$T = \frac{4EI}{4\lambda mnl_0 + l} \theta_p \quad (10)$$

特殊地,当AB梁受均布荷载q时,将 $\theta_p = ql^3/(48EI)$ 代入式(10),得

$$T = \frac{ql^3}{12(4\lambda mnl_0 + l)} \quad (11)$$

对于图2(c)所示的情况, $\theta_r = -\frac{Tl}{EI}$,不难推得

$$T = \frac{EI}{\lambda mn l_0 + l} \theta_p \quad (12)$$

当 AB 梁受均布荷载时, 将 $\theta_p = ql^3/(3EI)$ 代入式 (12), 得

$$T = \frac{ql^3}{3(\lambda mn l_0 + l)} \quad (13)$$

式 (8)、(10)、(12) 即为对应于三种基本模型的协调扭矩的通用计算公式, 其中 θ_p 为将 A 端变为铰接时 AB 梁在广义竖向荷载作用下的 A 端的转角。对任意广义竖向荷载, 只需求得 θ_p , 代入上面三式, 即可求得此时的协调扭矩, 公式简洁, 便于使用。

2.2 常用荷载下的协调扭矩

为便于读者和有关人员参考和使用, 笔者根据式 (8)、(10)、(12) 三个通用公式计算所得的常用荷载下的协调扭矩值列为表 1。

3 影响协调扭矩的因素

为易于理解并不失问题的一般性, 不妨取 AB 梁受均布荷载为例进行讨论。从上述 T 的计算公式可见, 影响协调扭矩的因素有:

(1) AB 梁上的荷载和跨度 当荷载和跨度增加时, 协调扭矩增大。

(2) AB 梁的 B 端支承情况 当其它情况相同时, 从计算结果可以看出, 协调扭矩由大到小依次为: B 端为定向支座、铰支座及固定支座。但如考虑到定向支座是利用结构及荷载对称性而取一半做研究对象而得到的, 它相当于跨度为 $2l$ 的梁两端都支承在边梁上; 当梁实际跨度为 l 时, 应取 $\frac{l}{2}$ 代入公式中进行计算。此时, 则可见其协调扭矩在其它二者之间。

(3) AB 梁抗弯刚度与 CD 梁抗扭刚度之比 $\lambda = \frac{EI}{GJ}$ λ 越大, T 越小。取极端情况, 当 $\lambda \rightarrow \infty$ 时, $T \rightarrow 0$, 此时, AB 梁的抗弯刚度 EI 比 CD 梁的抗扭刚度 GJ 大很多, CD 梁对 AB 梁的转动约束几乎没有, 其联结相当于铰结, 协调扭矩当然为零。取另一极端, 当 $\lambda \rightarrow 0$ 时, 即 CD 梁的抗扭刚度相对于 AB 梁的抗弯刚度为极大, 对 AB 梁的转动约束极强, 相当于固定支座, 此时的协调扭矩等于 AB 梁 A 端为固定支座时的固端弯矩。以均布荷载为例, 由表中的 1、5、10 栏可得到, 当 $\lambda = 0$ 时, 协调扭矩 T 分别等于 $\frac{1}{8}ql^2$ 、 $\frac{1}{12}ql^2$ 、 $\frac{1}{3}ql^2$, 这正是人们熟知的三种梁的固端弯矩值, 同时也验证了笔者给出公式的正确性。

(4) 两梁交点的位置 两梁交点的位置由参数 $m = \frac{c}{l_0}$ 和 $n = \frac{d}{l_0}$ 来描述。由表 1 可见, T 表达式的分母中含有 $mn l_0$, 当跨度 l_0 不变时, 因为 $m + n = 1$, 所以, 当 $m = n$ 时, $mn l_0$ 有极大值, T 最小。因此, 为使协调扭矩减小, 应使两梁在抗扭梁的正中相交。

(5) 抗扭梁的跨度 如前所述, T 表达式的分母中含有 $mn l_0$, 显然, 抗扭梁的跨度 l_0 越小, 协调扭矩越大。

(6) 当 AB 梁受集中荷载时, 与集中荷载作用点的位置有关 对不同类型的集中荷载(集中力和力矩)及不同的支承条件, 其影响不同, 限于篇幅, 不一一讨论。仅以 AB 梁 B

表1 常用荷载下的协调扭矩值

序号	简图	θ_p	T	序号	简图	θ_p	T
1		$\frac{ql^3}{24EI}$	$\frac{ql^3}{8(3\lambda mn l_0 + l)}$	7		$\frac{Ml}{4EI}(4\alpha - 3\alpha^2 - 1)$ 当 $a = b = \frac{l}{2}$ 时 $\frac{Ml}{16EI}$	$\frac{Ml}{4(\lambda mn l_0 + l)}$
2		$\frac{Pl^2\beta(1-\beta^2)}{6EI}$ 当 $a = b = \frac{l}{2}$ 时 $\frac{Pl^2}{16EI}$	$\frac{Pl^2\beta(1-\beta^2)}{2(3\lambda mn l_0 + l)}$ $\frac{3Pl^2}{16(3\lambda mn l_0 + l)}$	8		$\frac{3\Delta}{2l}$	$\frac{12EI\Delta}{2l(4\lambda mn l_0 + l)}$
3		$\frac{Ml(1-3\beta^2)}{6EI}$ 当 $a = b = \frac{l}{2}$ 时 $\frac{Ml}{24EI}$	$\frac{Ml(1-3\beta^2)}{2(3\lambda mn l_0 + l)}$ $\frac{Ml}{8(3\lambda mn l_0 + l)}$	9		$\frac{\psi}{2}$	$\frac{2EI\psi}{4\lambda mn l_0 + l}$
4		$\frac{\Delta}{l}$	$\frac{3EI\Delta}{(3\lambda mn l_0 + l)l}$	10		$\frac{ql^3}{3EI}$	$\frac{ql^3}{3(\lambda mn l_0 + l)}$
5		$\frac{ql^3}{48EI}$	$\frac{ql^3}{12(4\lambda mn l_0 + l)}$	11		$\frac{Pl^2\alpha(2-\alpha)}{2EI}$ 当 $a = b = \frac{l}{2}$ 时 $\frac{3Pl^2}{8EI}$	$\frac{Pl^2\alpha(2-\alpha)}{2(\lambda mn l_0 + l)}$ $\frac{3Pl^2}{8(\lambda mn l_0 + l)}$
6		$\frac{Pl^2\alpha\beta^2}{4EI}$ 当 $a = b = \frac{l}{2}$ 时 $\frac{Pl^2}{32EI}$	$\frac{Pl^2}{4\lambda mn l_0 + l}\alpha\beta^2$ $\frac{Pl^2}{8(4\lambda mn l_0 + l)}$	12		$-\frac{Ml\beta}{\lambda mn l_0 + l}$ 当 $a = b = \frac{l}{2}$ 时 $-\frac{Ml}{2EI}$	$-\frac{Ml}{\lambda mn l_0 + l}$ $-\frac{Ml}{2(\lambda mn l_0 + l)}$

注:表中 $a = a/l$ $\beta = b/l$ $m = c/l_0$ $n = d/l_0$ $\lambda = EI/GJ$

端为简支,受集中力 P 的情况简述如下:

由 $T = \frac{Pl^2\beta(1-\beta^2)}{2(3\lambda mn l_0 + l)}$, 集中力的作用点由参数 β 来体现, β 的变化范围为 $(0,1)$, 当 $\beta = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.577$ 时, T 有极大值 $T_{\max} = \frac{2\sqrt{3}Pl^2}{18(3\lambda mn l_0 + l)}$ 。

4 结束语

(1) 笔者将建筑结构中的协调扭转归纳为三种基本模型,给出了每种模型在广义竖向荷载作用下的协调扭矩的通用计算公式(8)、(10)、(12),公式简洁,便于记忆和使用。

(2) 在(1)的基础上,计算出在常用荷载情况下的协调扭矩的具体数值(表1),设计时可直接查用。

(3) 讨论了各种因素对协调扭矩的影响,对概念设计和设计时的定性分析具有很好的参考和借鉴作用。

参 考 文 献

- 1 刘振清. 沈阳北新客站高架候车厅框架纵向梁裂缝分析. 建筑结构, 1994(6): 46~49
- 2 杨天祥主编. 结构力学. 北京: 人民教育出版社, 1979. 87~107

Calculation of Compatible Torsion Moments in Building Structure

Liu Lianchun

(Department of Civil Engineering, DPU)

Abstract In this paper, the compatible torque-twist in building structure is classified into three basic models and for each of them a general formula for calculating compatible torsion moments under generalized vertical loads is presented. Based on the formulas the compatible torsion moments under conventional loads are calculated. The paper also analyzes the influences of various kinds of factors which affect the compatible torsion moments.

Key words torque-twist; compatible torsion moment; structure calculation